Chapitre II : Interference lumineuse

II.1) Intensité lumineuse :

on montre en electromagnétisme que l'intensité lumineuse est porportionnelle au carré de son amplitude.

on définit $I = \langle s^2 \rangle$ avec $s = s_0 \cos(\omega t - \varphi)$

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T s_0^2 \cos^2(\omega t - \varphi)\, dt$$

$$\cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T s_0^2 \cdot \frac{(1 + \cos(\omega t - \varphi))}{2} = \frac{s_0^2}{2T}\int_0^T 1\, dt = \frac{s_0}{2}$$

par convention on prend $\boxed{I = s_0^2}$

II-2) Interference lumineuse ou 2 ondes monochromatique plan

$$s_1 = s_{01}\cos(\omega t - \varphi_1)$$

$$s_2 = s_{02}\cos(\omega t - \varphi_2)$$

à chaque vibration on lui associe un vecteur ou on a fixe

$$Z_1 = s_{01}\cos(\omega t - \varphi) + i\, s_{01}\sin(\omega t - \varphi_1) = s_{01} \cdot e^{j(\omega t - \varphi_1)}$$

$$= s_{01} e^{-j\varphi_1} \cdot e^{j\omega t} = A_1 \cdot e^{j\omega t} \longrightarrow A_1 = s_{01} \cdot e^{-j\varphi_1}$$ = amplitude complexe Z_1

$$Z_2 = s_{02}\cos(\omega t - \varphi_2) + i \sin(\omega t - \varphi_2) = s_{02} e^{-j\varphi_2} \cdot e^{j\omega t}$$

$$= A_2 e^{j\omega t} \longrightarrow A_2 = s_{02} \cdot e^{-j\varphi_2}$$ = amplitude complexe Z_2

L'intensité lumineuse de la vibration resultante

$$I = |A|^2 = a^2 = (A_1 + A_2)(A_1^* + A_2^*) = A \times A^* \qquad I_1 = s_{01}^2$$

$$= A_1 A_1^* + A_2 A_2^* + A_1 A_2^* + A_2 A_1^* \qquad I_2 = s_{02}^2$$

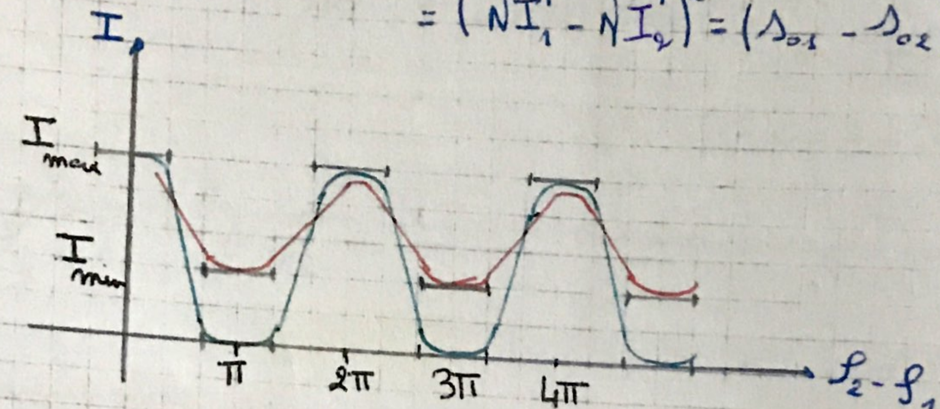
$$= |A_1|^2 + |A_2|^2 + s_{01} \times s_{02} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$ car $\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Il y aura interference lumineuse $I \neq I_1 + I_2$
le terme responsable de l'interference lumineuse est
$2\sqrt{I_1}\cdot\sqrt{I_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)$

representons $I = f(\varphi_2-\varphi_1)$.

si $\varphi_2-\varphi_1 = 2k\pi \longrightarrow I = I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}$
$\varphi_2-\varphi_1 = (2k+1)\pi \longrightarrow I = I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}$
$= (\sqrt{I_1}-\sqrt{I_2})^2 = (s_{01}-s_{02})^2$



Si $I_{min} = 0 \Rightarrow s_{01} = s_{02}$
On definit la contraste

$$C = \frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}} \quad \text{ou} \quad C = \frac{I_{max}+I_{min}}{I_{max}}$$

$$0 \leq C \leq 1$$

$\longrightarrow C = 0 \Longrightarrow$ contraste nul $\Rightarrow$ les mauvaise visibilite
$\longrightarrow C = 1 \Longrightarrow$ contraste parfaite $\Rightarrow$ très bonne visibilite
$\longrightarrow 0 < C < 1 \Longrightarrow$ contraste moyen.

Condition d'interferences lumineuse en optique:

soient $\begin{cases} s_1 = a_1\cos(\omega t-\varphi_1) \\ s_2 = a_2\cos(\omega t-\varphi_2) \end{cases}$ avec $I_1 = a_1^2$, $I_2 = a_2^2$

→ on dit qu'il y a interference entre s_1 et s_2 ssi $\boxed{s = s_1 + s_2}$
a une intensité $\boxed{I \neq I_1 + I_2}$

→ il varie dans l'espace (il y a de la lumière et de l'obscurité) le terme responsable de cette interference est $\sqrt{I_1}\cdot\sqrt{I_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)$

→ En pratique il est difficile d'obtenir le phénomène d'interférence lumineuse à cause de la petitesse $T = 10^{-14}$ s

→ En résumé les conditions d'interférence lumineuse sont en nbr de 3:

→ 1ère condition: il faut que les deux sources ou les deux vibrations issue des sources soient synchrones. c-à-d ont la même pulsation ou la même fréquence ou même période.

→ 2ème condition: les deux sources doivent être cohérentes c-à-d $\varphi_2-\varphi_1 = c^{te}$ $\forall t$ (dans le temps) (différence de phase $\varphi_2-\varphi_1$ est constante dans le temps)

→ 3ème condition: Les deux source doivent être presque //

b) Les franges d'interférences.

En optique d'une manière générale, les interférences sont observées sur un écran. On observe des franges sur l'écran.

→ Définition d'une frange:

Une frange c'est l'ensemble de points ∈ à l'écran (et ∈ à la zone d'interférence des deux vibrations) ayant la même intensité $I = c^{te}$ ou le même déphasage $\varphi_2-\varphi_1 = c^{te}$ ou même différence de marche optique $\delta = c^{te}$ ou même ordre d'interférence $p = c^{te}$

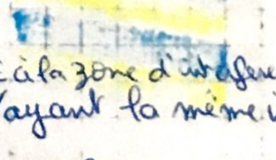
$\boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$

→ une frange est dite brillante ssi $I = I_{max}$ ou $\varphi_2-\varphi_1 = 2k\pi$

→ une frange est dite sombre ssi $I = I_{min}$ ou $\cos(\varphi_2-\varphi_1) = -1$ ou $\varphi_2-\varphi_1 = (2k+1)\pi$

→ une frange est dite noire ssi $I_{min} = 0 \Leftrightarrow I_1 = I_2$ ou $a_1 = a_2$

On observe dans l'écran une alternances des franges brillantes et des franges sombres (ou non si $I_{min} = 0$)



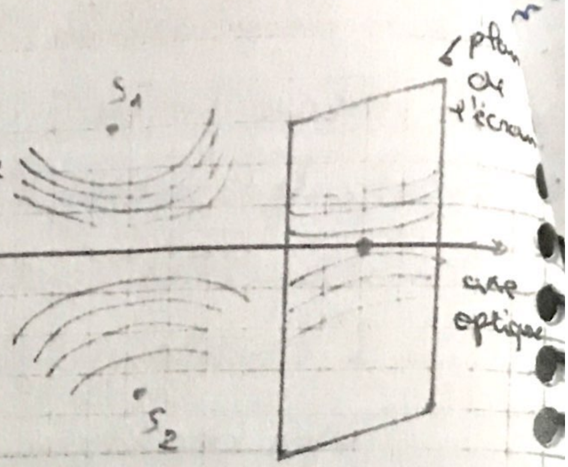
← plan de l'écr

→ Nature des franges:

elle est déterminée par la nature de la trajectoire de $\varphi_2-\varphi_1 = c^{te}$

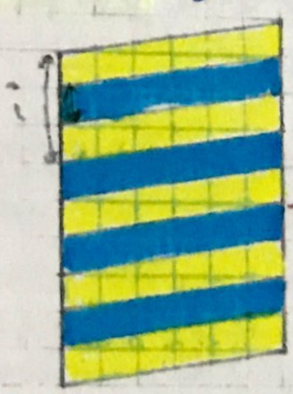
ce sont des hyperboloïdes dans l'espace ou des arcs d'hyperboles dan le plan de l'écran.

→ si l'écran d'observation est $\perp (S_1S_2)$ alors les franges seront circulaires concentrique



• si l'écran d'observation est $\parallel (S_1S_2)$ alors les frange seront des arcs hyperboles assimilés à des segments de droites au voisinage de l'axe optique car l'écran est très éloignée de (S_1S_2)

Remarque : en optique pour éviter le phénomène de diffraction lumineuse on reste au voisinage de l'axe optique pour étudier les interferences lumineuses



on observe une alternance entre les franges brillantes ou les franges sombres.

→ Definition d'interfrange :
c'est la distance entre 2 franges consécutives de même nature (brillantes ou sombre)

→ Définition de la difference de marche :
c'est la difference entre deux chemins optique
$|(S_2M) - (S_1M)| = \delta$

→ Definition de l'ordre d'interference :
c'est $\boxed{p = \frac{\delta}{\lambda_0}}$ s'appelle l'ordre d'interference. donc

→ si $I = I_{max} \Leftrightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$ ou $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta \Leftrightarrow \delta = k\lambda_0$
un nombre entier de longueur d'onde. ou $p = \frac{\delta}{\lambda_0} = k$ = entier

→ si $I = I_{min} \Leftrightarrow \varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$ ou $\delta = (2k+1)\frac{\lambda_0}{2} = (k+\frac{1}{2})\lambda_0$
nombre demi-entier de λ_0 ou $p = k + \frac{1}{2}$ demi entier

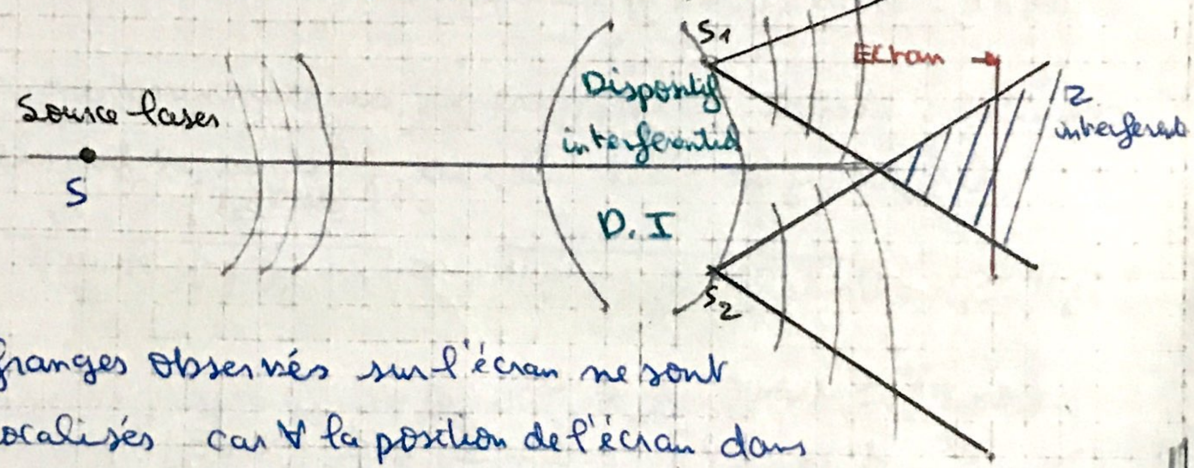
En général il y a deux type d'interference lumineuses

→ Interferences par division de front d'onde

→ " par division d'amplitude

II.2 Interferences par division de front d'onde.

Il y a deux interferences par division d'onde pour tout dispositif interferentiel DI qui donne naissance à deux sources secondaires S_1 et S_2 (réel ou virtuel) ce dispositif interferentiel est éclairé par une source laser.
les deux sources émettent des ondes spherique et s'interferent dans une zône de l'espace. Si on place un écran E ∥ à (S_1S_2) on observe une alternance entre les franges brillantes et sombre

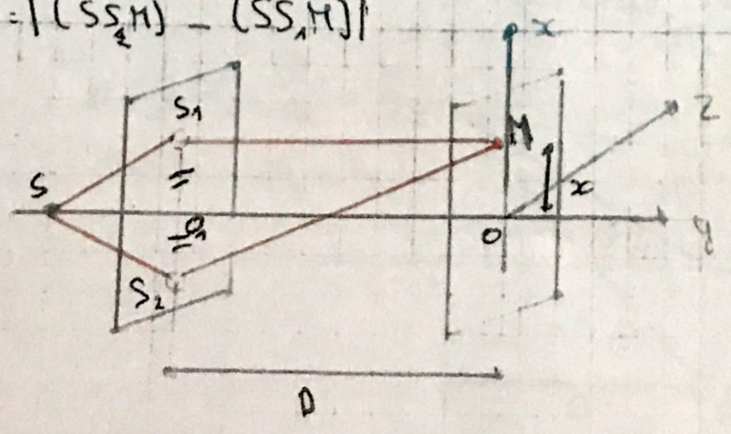


Les franges observés sur l'écran ne sont pas localisés car ∀ la position de l'écran dans la zône , l'observation est la même

Application :

a) les 2 trous d'young :

Le D.I est une plaque opaque. On perce 2 trous de cette plaque equidistants / à l'axe symetrie de cette dernière. determinons $\delta = |(SS_2M) - (SS_1M)|$



• 1er cas : supposons l'ensemble est plongé dans l'air,

$$\delta = |\{(SS_2) + (S_2 M)\} - \{(SS_1) + (S_1 M)\}|$$

$$\delta = |SS_2 + S_2 M - SS_1 - S_1 M| = S_2M - S_1M \quad \text{car } SS_1 = SS_2$$

$\vec{OM} = \begin{vmatrix} x \\ y=0 \\ z \end{vmatrix}_{\vec i, \vec j, \vec k}$ Ecran $\in$ plan (xOz)

$O_1S_1 = O_1S_2 = \frac{a}{2}$ $S_1S_2 = a$

$$\vec{S_1M} = \vec{S_1O_1} + \vec{O_1O} + \vec{OM} = \begin{vmatrix} -a/2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_{\vec i, \vec j, \vec k} + \begin{vmatrix} 0 \\ D \\ 0 \end{vmatrix}_{\vec i, \vec j, \vec k} + \begin{vmatrix} x \\ 0 \\ z \end{vmatrix}_{\vec i, \vec j, \vec k} = \begin{vmatrix} x - a/2 \\ D \\ z \end{vmatrix}$$

$$\|\vec{S_1M}\| = S_1M = \sqrt{(x-\tfrac{a}{2})^2 + D^2 + z^2}$$

$$\|\vec{S_2M}\| = S_2M = \sqrt{(x+\tfrac{a}{2})^2 + D^2 + z^2}$$

comme on s'interesse au interferences au voisinage de O alors $D \gg x, y$ et z et $D \gg a$ (l'ecran est très eloigné de $(S_1 S_2)$)

$$S_2M - S_1M = D\sqrt{1 + \frac{z^2}{D^2} + \frac{1}{D^2}(x+\tfrac{a}{2})^2} - D\sqrt{1 + \frac{z^2}{D^2} + \frac{1}{D^2}(x-\tfrac{a}{2})^2}$$

$(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon \quad \Leftarrow$ D.L

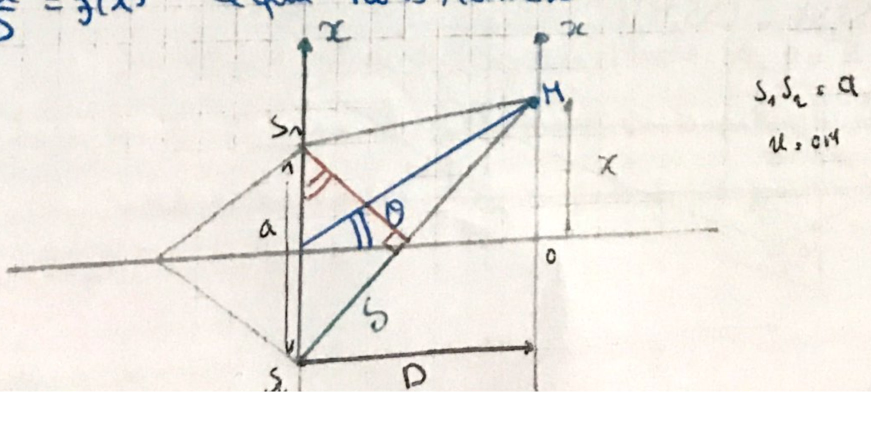
$$\left[1 + \frac{z^2}{D^2} + \frac{1}{D^2}(x+\tfrac{a}{2})^2\right]^{1/2} = 1 + \frac{z^2}{2D^2} + \frac{1}{2D^2}(x+\tfrac{a}{2})^2$$

$$\left[1 + \frac{z^2}{D^2} + \frac{1}{D^2}(x-\tfrac{a}{2})^2\right]^{1/2} = 1 + \frac{z^2}{2D^2} + \frac{1}{2D^2}(x-\tfrac{a}{2})^2$$

$$S_2M = \begin{vmatrix} x + a/2 \\ D \\ z \end{vmatrix}$$

$$S_2M - S_1M = \frac{1}{2D}\left[(x+\tfrac{a}{2})^2 - (x-\tfrac{a}{2})^2\right] = \frac{1}{2D} \times a \times 2x = \frac{ax}{D}$$

$\delta = \frac{ax}{D} = f(x)$ ce qui nous ramène



ce qui nous ramène à la construction et approximation :

θ très petit $\quad \tan(\theta) = \frac{x}{D}$

$\sin(\theta) = \frac{\delta}{a}$

θ très petit $\quad \tan(\theta) \simeq \sin(\theta) = \theta = \frac{x}{D} = \frac{\delta}{a} \Rightarrow \boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$

→ L'abscisse d'une frange brillante d'onde k est tq : $p = k$

$$\delta = \frac{a x_k}{D} = k.\lambda_0 \Rightarrow x_k = \frac{kD}{a}.\lambda_0$$

→ L'abscisse d'une frange brillante d'onde $k+1 = p$ est tq :

$$\delta = \frac{x_{k+1}}{D}.a = (k+1)\lambda_0 \Rightarrow x_{k+1} = \frac{(k+1)D\lambda_0}{a}$$

L'interfrange $\boxed{i = x_{k+1} - x_k} = \lambda_0.\frac{D}{a} \Rightarrow \boxed{i_0 = \frac{\lambda_0 D}{a}}$

$x_k = k.i$

→ L'abscisse d'une frange sombre d'onde $k+\frac{1}{2}$ est $x'_{k+1/2}$ tq :

$$\delta = \frac{a}{D}.x_{k+1/2} = (k+\frac{1}{2})\lambda_0$$

$$x_{k+\frac{1}{2}} = (k+\frac{1}{2})\lambda_0.\frac{1}{a}D = (k+\frac{1}{2})i$$

→ $2^{ème}$ cas : Le dispositif interférentiel est plongé dans un milieu d'indice n.

$$\delta_n = n\,\delta_{vide} = |(S_2M) - (S_1M)| = |n S_2M - n S_1M| = n|S_2M - S_1M|$$

L'abscisse d'une frange brillante d'onde k

$\delta_n = k\lambda_0$ ou $\delta_0 = k\lambda = a\frac{x_k}{D}$

$$\delta_0 = k.\frac{\lambda_0}{n}$$

$$x'_k = \frac{k\lambda D}{a} = k\frac{\lambda_0 D}{a}\times\frac{1}{n}$$

$$x'_k = \frac{x_k}{n} = \frac{k i_0}{n} = k.i$$

$$\boxed{i_n = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda_0 D}{n a} = \frac{i_0}{n}}$$

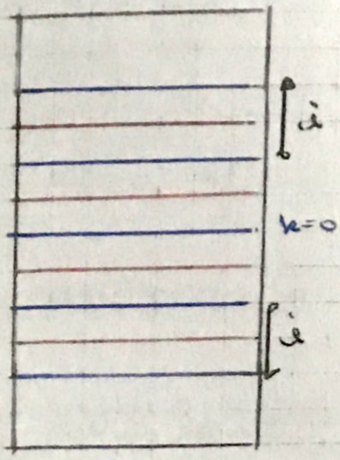
$$x'_k = k.i$$

$\delta_n = n\,\delta_{vide}$

Détermination du nombre de franges Brillantes et sombre lisible sur l'écran :

l'écran est placé dans la zône interférentiel quand le nombre l'interfrange est pair ou impair ainsi que la nature des franges l'extrémité de l'écran (sachant que la frange centrale est Brillante)

→ Si $L = Ni$ avec N pair $x_k = k.i$



exemple $N = 4$

nombre de frange Brillante 5 : 5 F.B

nombre de frange sombre 4 : 4 F.S

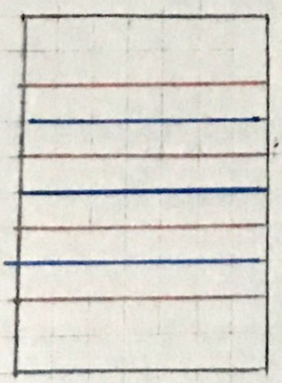
Generalisation. pour $L = N.i$

avec N pair $\Rightarrow \begin{cases} N\ (F.S) \\ \text{et} \\ N+1\ (F.B) \end{cases}$

Les extrémités sont des franges Brillantes (F.B > F.S pour N+1)

. Si $L = N.i$ avec N impair $x_{k+\frac{1}{2}} = (k+\frac{1}{2})i$

exemple : $N = 3$



on a 3 F.B

4 F.S

Les elements de l'extrémité sont des F.S (F.S > F.B pour N+1)

Généralisation :

N impair $\Rightarrow \begin{cases} N\ (F.B) \\ \text{et} \\ N+1\ (F.S) \end{cases}$

Les extrémités sont des franges F.S

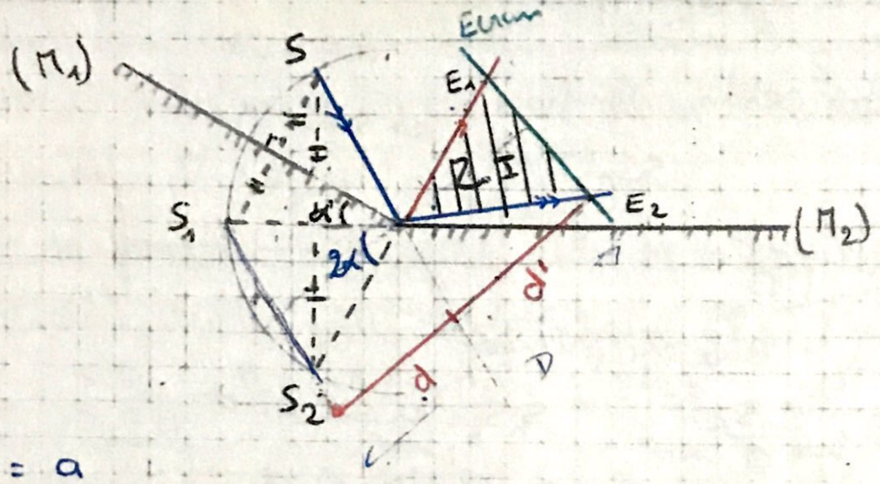
→ Si $L = Ni + \varepsilon i$

Exemple. $L = 4,8\,i = 4i + 0,8i$ $\begin{cases} 5\ F.B \\ 4\ F.S \end{cases}$ idem que $L = Ni$

on travail avec 4,8 ⇒ pair 5,8 ⇒ impair car les franges suivantes seront placées à $\frac{i}{2}$ de part et d'autre de la dernière frange en dessus ou en dessous de l'axe de symétrie de l'écran.

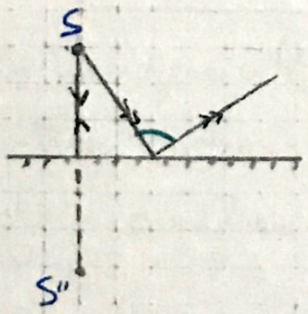
b) les miroirs de Fresnel :

soient (M_1) et (M_2) deux miroirs plans (α = angle entre (M_1) et (M_2) très petit)



$(S_1S_2) = a$

$\widehat{S_1S_2} = 2\alpha d$ car α très petit



S et S'' sont symétriques / au plan du miroir

$S \xrightarrow{M.P.1} S_1$

on fait tourner le miroir (M_1) de α vers (M_2)

S_1 vers S_2 tourne 2α

c'est la propriété d'isométrie de rotation

$E_1E_2 = a \cdot \frac{d'}{d} = 2\alpha d'$

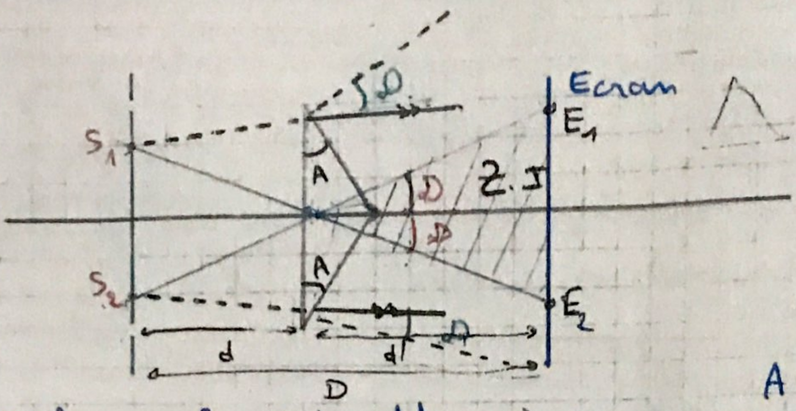
$(S_1S_2) = a$

$(S_1S_2) = 2\alpha d$ car α très petit $\boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{a} = \frac{\lambda_0 (d+d')}{2\alpha d}}$

le champ d'interférence $(E_1E_2) \longrightarrow \tan(2\alpha) = 2\alpha = \frac{E_1E_2}{d'} = \frac{S_1S_2}{d}$ M.P

tout ce qu'on a traité pour les 2 trous d'Young reste valable pour le dispositif de Fresnel.

Biprismes de Fresnel :



$a = S_1 S_2$?

$D = i + i' - A$

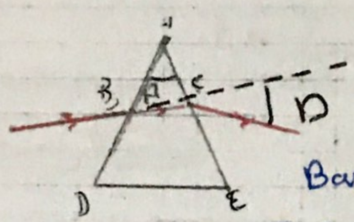
$\sin(i) = n \sin(r)$

$n \sin(r') = \sin(i')$

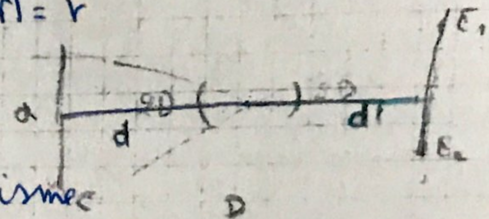
$A = r + r'$

si les angles sont petits $\sin(i) = i$ et $\sin(i') = i'$

$\sin(r) = r$



Base de prisme



$\tan(2D) = 2D = \frac{S_1 S_2}{d}$ $\qquad S_1 S_2 = a = 2D \cdot d$

$a = 2A(n-1)\, d$

$$\boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{a} = \frac{\lambda_0 (d + d')}{2(n-1) \cdot A \cdot d}}$$

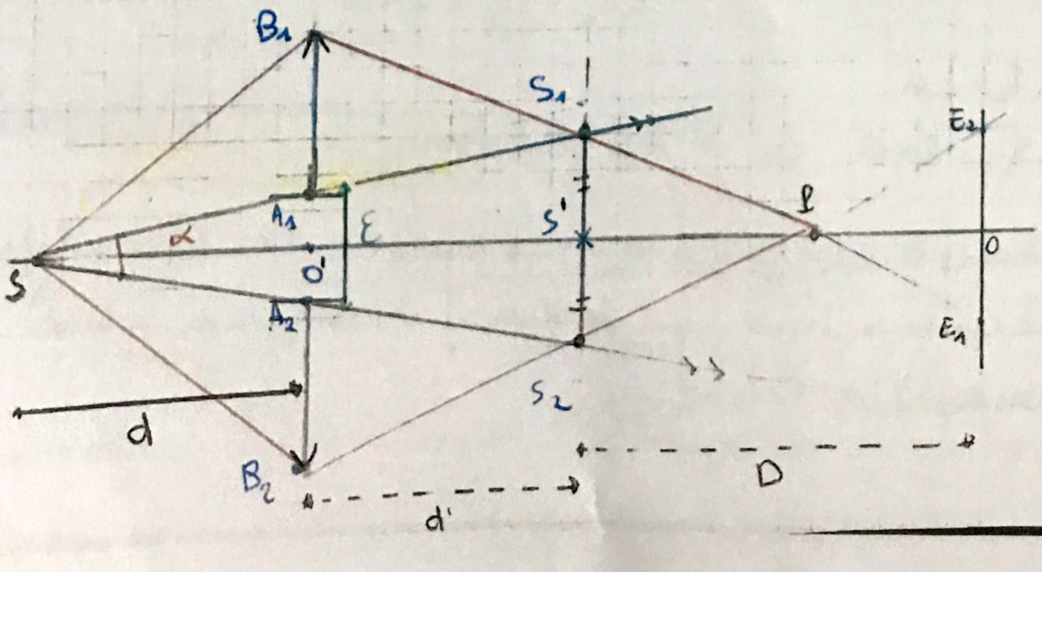
$D = nr + nr' - A = nA - A = A(n-1)$

→ Le champ d'interférence $E_1 E_2$?

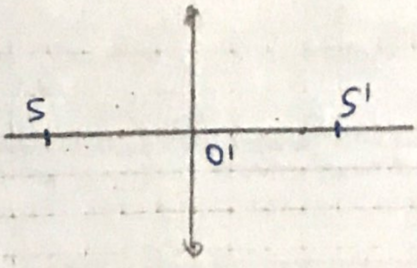
$\tan(2D) = 2D = \frac{S_1 S_2}{d} = \frac{E_1 E_2}{d'}$

$E_1 E_2 = \frac{d'}{d} \cdot a = d' \times 2(n-1) A$

d) Bilentille de Billet :



$S \xrightarrow[\text{intacte supposé mince}]{\text{Lentille}} S'$



$$\boxed{\frac{1}{\overline{O'S'}} - \frac{1}{\overline{O'S}} = D_L}$$

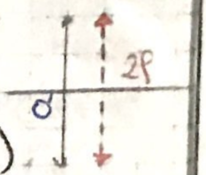
$a_1 = S_1S_2$?

$$\tan(\alpha) = \frac{A_1A_2}{d} = \frac{S_1S_2}{d+d'}$$

$$\boxed{S_1S_2 = a = \frac{\varepsilon(d+d')}{d}}$$

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a} \Rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda_0 . D . d}{\varepsilon(d+d')}}$$

La distance minimale ou on doit placer l'écran pour voir les franges est $D' > x_P = \boxed{O'P = x_{min}}$



x_{min} ? sachant que le diamètre utile de la lentille vaut $2P$

on considère les triangles homothétiques (PS_1S_2) et (PB_1B_2)

$$\frac{B_1B_2}{x_{min}} = \frac{S_1S_2}{x_{min}-d'} = \frac{B_1A_1 + A_1A_2 + A_2B_2}{x_{min}} = \frac{2P+\varepsilon}{x_{min}} = \frac{a}{x_{min}-d'} = \frac{2P+\varepsilon-a}{d'}$$

$$\frac{2P+\varepsilon-a}{x_{min} - x_{min} + d'}$$

$$\boxed{x_{min} = \frac{d' \times (2P+\varepsilon)}{(2P+\varepsilon-a)}}$$

Le champ interférence E_1E_2 ?

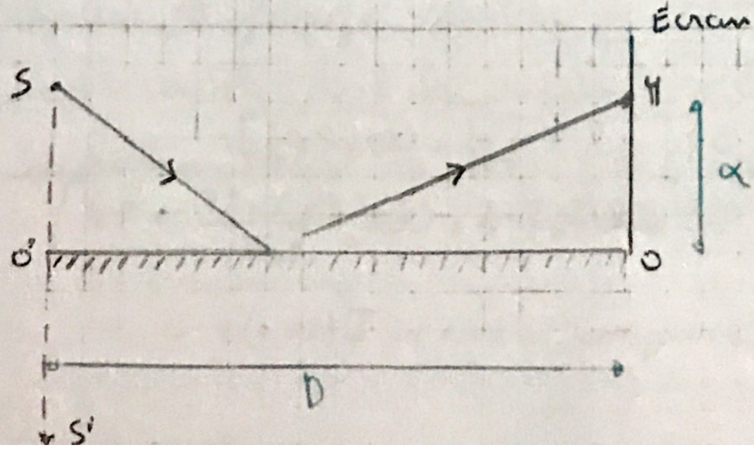
On considère les deux triangles homothétique (PE_1E_2) et (PS_1S_2) ou (PB_1B_2)

$$\frac{S_1S_2}{S'P} = \frac{E_1E_2}{PO}, \quad O \text{ milieu de } [E_1E_2]$$

$$S'P = x_{min} - d'$$

$$PO = D - S'P = D - x_{min} + d' \Rightarrow E_1E_2 = \frac{a \times (D - x_{min} + d')}{x_{min} - d'}$$

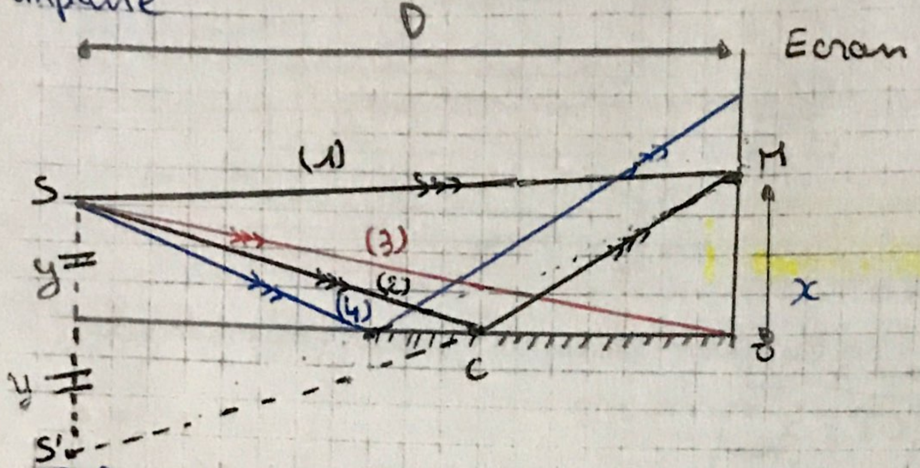
e) Dispositif interférentiel de LLoyd.



Les deux S et S' vont s'interférence en un point de l'écran E d'observation

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a} \qquad SS' = a$$

Determiner le nombre de franges Brillante et sombres observes sur l'ecran si le champs interferentiel $L = Ni + \varepsilon i$ avec N pair ou impaire



La largeur du champ d'interference est limité par les deux rayons (3) et (4) la d.d.o $\delta = |(SCM) - (SM)| = \frac{2yx}{D}$ + terme ?

le terme supplimentaire $\frac{\lambda_0}{2}$ dû à la reflexion du rayon (2) sur le miroir qui introduit en déphasage de π c-à-d $\frac{\lambda_0}{2}$

$$\delta = \frac{2yx}{D} + \frac{\lambda_0}{2}$$

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2yx}{\lambda_0 D} + \frac{1}{2}$$

- la frange centrale à pour abscisse $x = 0 \rightarrow p = \frac{1}{2}$ demi-entier dont la frange centrale est noir (ou sombre)
- Sinon par la méthode d'intensité

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\cdot\sqrt{I_2}\cdot\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Les deux vibration ont même amplitude $a_1 = a_2 \Leftrightarrow I_1 = I_2 = I_0$ car ils ont la même source

$$I = 2I_0[1 + \cos(\varphi_2 - \varphi_1)]$$
$$= 2I_0[1 + \cos(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta)] = 2I_0[1 + \cos(2\pi p)]$$
$$= 2I_0[1 + \cos(\frac{2yx \cdot 2\pi}{\lambda_0 D} + \pi)]$$

la F.C correspond. a $x = 0 \Rightarrow I(x=0) = 0$

i ?

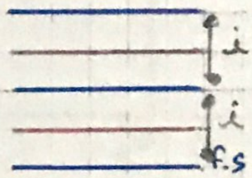
On a $\left.\begin{array}{l} \delta = \dfrac{2yx}{D} + \dfrac{\lambda_0}{2} \\[2ex] p = \dfrac{2yx}{D} + \dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \Delta x = i_0 \Rightarrow \Delta\delta = \lambda_0 \Rightarrow \lambda_0 = \dfrac{2yi}{D} \Rightarrow \boxed{i = \dfrac{\lambda_0 D}{2y}} \\[2ex] \Delta x = i_0 \Rightarrow \Delta p = 1 \Rightarrow \dfrac{2y\, i_0}{\lambda_0 D} \Rightarrow \boxed{i_0 = \dfrac{\lambda_0 D}{2y}} \end{array}$

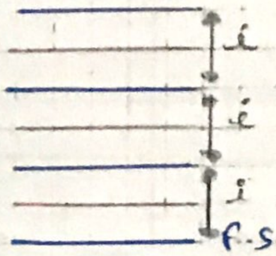
le nombre de franges étalés sur l'écran

$L = Ni$: largeur du champ d'interférence.

→ N pair ⇒ N frange Brillante
N+1 frange sombre

→ N impair ⇒ N frange Brillante
N+1 frange sombre





N = 2 ⇒ 3 f.s
2 f.B

N = 3 ⇒ 4 f.S
3 f.B

$L = Ni + \varepsilon i$

→ $\varepsilon < 0{,}5$ ⇒ on aura N F.B
N+1 F.S

→ $\varepsilon > 0{,}5$ ⇒ on aura N+1 F.S
N+1 F.B

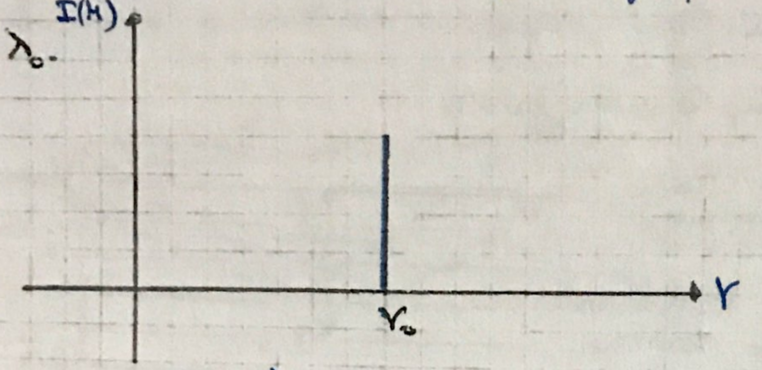
II-3. L'incohérence spatiale et temporelle de la source qui éclaire le D.I

lorsqu'on réalise le phénomène d'interférence par division de front d'onde avec l'éclairement du D.I par une source monochromatique on constate que le contraste des franges ou la visibilité des franges est pratiquement nulle qd l'onde des frange augmente (p↑) ceci est dû à l'incohérence spatiale ou temporelle de la source qui éclaire le D.I. donc en fait la source qui éclaire le D.I n'est jamais monochromatique. elle possède plusieurs composantes spectrales. chaque composante spectrale va donner son propre système de franges. sur l'écran d'observation il y a la superposition de l'ensemble des éclairements fournie par l'ensemble des composant spectrale qui contient la source (les composantes spectrales sont indépendantes)

l'éclairement du O.I par une source lumineuse:

i) une source qui émet une raie infiniment fine :

C'est source monochromatique de fréquence ν_0 ou de longueur d'onde λ_0.

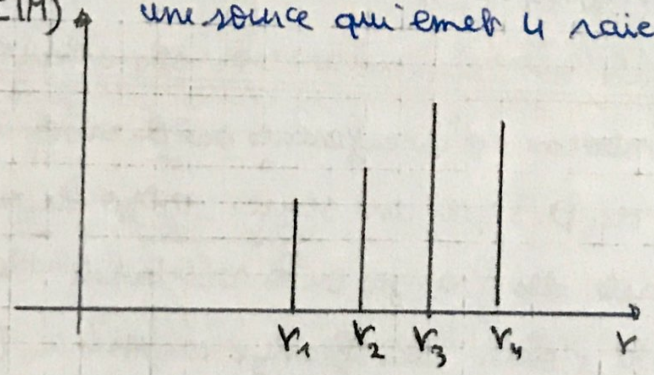


où $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$

L'intensité émise par la source est I_0

$$I(M) = 2I_0[1+\cos(\varphi_2-\varphi_1)] = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_0}{c}\right)\right]$$

ii) une source qui émet 4 raies infiniment fines:

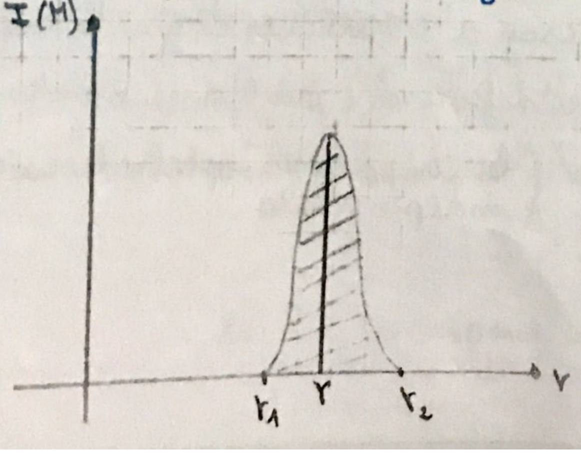


$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + I_3(M) + I_4(M)$$

$$= 2I_{01}\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_1}{c}\right)\right] + 2I_{02}\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_2}{c}\right)\right]$$

$$+ 2I_{03}\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_3}{c}\right)\right] + 2I_{04}\left[1+\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_4}{c}\right)\right]$$

iii) une source qui émet un raie fini de fréquence ν et $\Delta\nu$ avec $\Delta\nu \ll \nu$



l'éclairement sur l'écran $I(M)$?

un element spectrale de la source de frequence $d\nu$, emet une intensité dI_0 éclaire le dispose interfe $\Rightarrow dI(M) = dI_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right)\right)$

I_0 intensité émise par la source entier de largeur $(\nu_2 - \nu_1)$

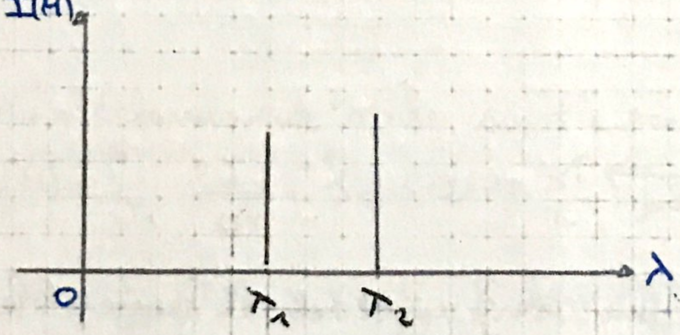
dI_0 " " " " " " " $d\nu$

$$\frac{dI_0}{I_0} = \frac{d\nu}{(\nu_2 - \nu_1)} \Rightarrow dI_0 = \frac{I_0 d\nu}{(\nu_2 - \nu_1)}$$

$$dI(M) = \frac{I_0 d\nu}{(\nu_2 - \nu_1)} \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right)\right)$$

$$I(M) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{I_0 d\nu}{(\nu_2 - \nu_1)} \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right)\right)$$

iv) Une source qui émet deux radiatives λ_1 et λ_2



soit une source ponctuelle qui emet deux radiatives monochromat de longueur d'onde respective λ_1 et λ_2

l'ordre d'interference des système de franges soumis par λ_1 et λ_2 sur l'écran et $P_1 = \frac{\delta}{\lambda_1}$ et $P_2 = \frac{\delta}{\lambda_2}$

$$P_2 - P_1 = \delta\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = \delta\,\frac{(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1\lambda_2} = P_1\,\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_2}$$

quand P_1 est faible, on aura alors $P_2 - P_1 \rightarrow 0$

On aura concordance de franges c-à-d les franges Brillantes du 1er syst (provenant de λ_1) coincident avec les franges Brillante du 2ème syst (provenant de λ_2)

· Au fur et à mesure que $p_1 \uparrow$ on aura $p_2 - p_1 = 1/2$ discordance

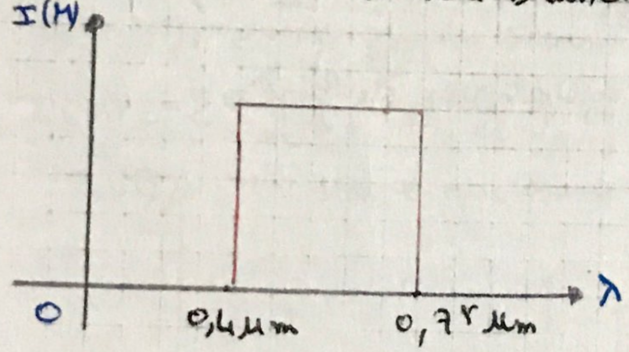
. dans franges c-à-d les franges Brillantes (respect sombre) du 1er système coïncide avec les franges sombres (respect Brillantes)

· $2^{ème}$ système, quand l'ordre d'interférence $p_1 \uparrow$ augmente on aura sur la zone de l'écran, une alternance de concordances de franges.

concordances des franges $\iff p_2 - p_1 = k$ (k entier)

discordances des franges $\iff p_2 - p_1 = k + \frac{1}{2}$ (k entier)

) La source emet une lumière blanche.

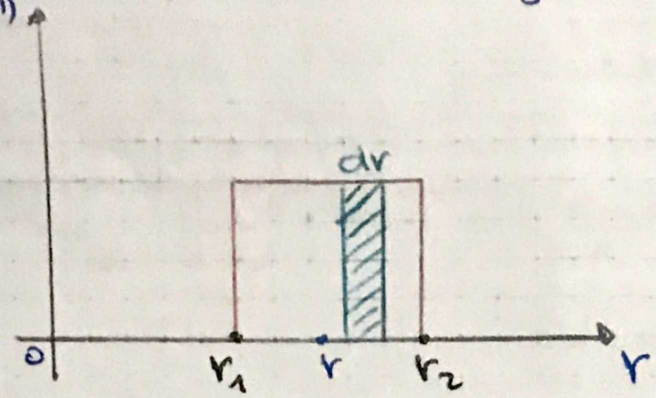


Quand le D.I est éclairé par une source qui emet la lumière Blanche, on observe une frange Blanche (appelée une frange achromatique) elle est composé de 4 à 5 franges irisées de couleur de couleur rouge vers le centre et violet vers l'extérieur

Au delà de la frange achromatique c-à-d quand $p \uparrow$ on aura le Blanc d'ordre supérieur (la superposition des franges provenant de plusieurs radiations situées dans le visible).

Si on place un spectroscope derrière une fente creusée sur l'écran de la distance x_0 de la frange centrale, on observe un spectre Cannelé ce sont des cannelures noirs ou qu'on appelle les radiations manquantes

1) une source qui emet un raie fine centré sur ν_0 et de largeur



I_0 = intensité lumineuse émise par la source de largeur $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$

dI_0 = " " " par l'element de la raie de largeur $d\nu$

$$\frac{dI_0}{I_0} = \frac{d\nu}{\Delta\nu} \Rightarrow dI_0 = I_0 \cdot \frac{d\nu}{\Delta\nu}$$

l'éclairement elementaire $dI(M)$ dû à la superposition des composantes de frequences situés dans $d\nu$ est $dI(M) = 2\,dI_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right)\right]$

$$= \frac{2I_0\,d\nu}{\Delta\nu}\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right)\right]$$

→ $I(M)$ = l'éclairement totale sur l'écran sera

$$I(M) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{2I_0}{\Delta\nu}\left[1 + \cos\left(2\pi\frac{\delta\nu}{c}\right)\right] d\nu$$

$$= \frac{I_0}{\Delta\nu}\left[(\nu_2 - \nu_1) + \frac{c}{2\pi\delta}\left[\sin\left(\frac{2\pi\nu_2}{c}\delta\right) - \sin\left(\frac{2\pi\nu_1}{c}\delta\right)\right]\right]$$

$$= 2I_0\left[1 + \frac{c}{2\pi\delta\Delta\nu}\left[\sin\left(\frac{2\pi\nu_2\delta}{c}\right) - \sin\left(\frac{2\pi\nu_1\delta}{c}\right)\right]\right]$$

or $\sin(a) - \sin(b) = 2\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$

$$I(M) = 2I_0\left[1 + \frac{c}{\pi\delta\Delta\nu}\sin\left(\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c}\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_0}{c}\right)\right]$$

$$= 2I_0\left[1 + \frac{\sin\left(\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c}\right)}{\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c}}\cdot\cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_0}{c}\right)\right]$$

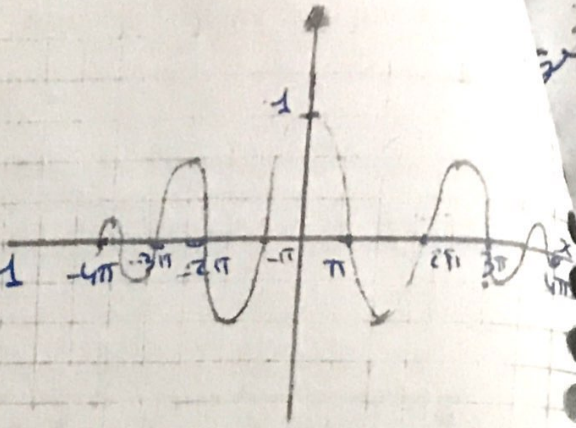
on appelle V = facteur de visibilité $= \frac{\sin(u)}{u}$ avec $u = \frac{\pi\delta\Delta\nu}{c}$

= fonction cardinale

= fonction cloche.

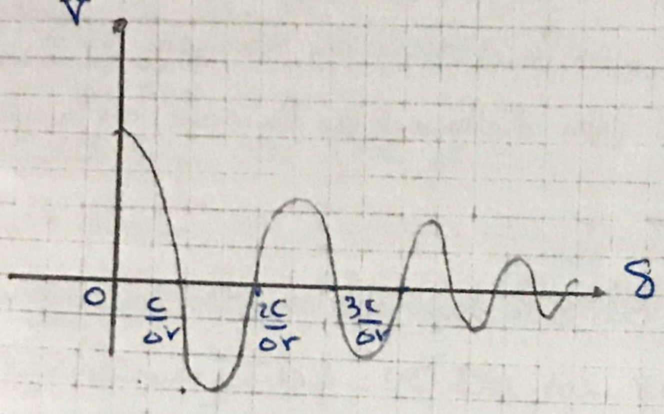
Etude la fonction cardinale:

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$



$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sin(x)}{x} = 0 \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

$$f(x)=0 \iff \sin(x)=0 \iff x = k\pi$$



i $V=0 \iff$ visibilité nulle ou contraste nulle ($I_{max} = I_{min}$

$$V = \frac{\sin(u)}{u} \iff \sin(u)=0 \iff u = k\pi = \frac{\pi \Delta r \delta}{c} \iff \delta = \pm \frac{k.c}{\Delta r}$$

c-à-d : $\delta = \pm \frac{c}{\Delta r} \pm \frac{2c}{\Delta r} \pm \frac{3c}{\Delta r} \pm .....$

c-à

$V = +1$ ssi $u \to 0$ ... $\delta = 0$; $\Delta r = 0 \iff r_1 = r_2$ la source est infiniment fine c-à-d source monochromatique.

Si $V \neq 0 \iff$ le contraste sera faible

il sera réalisé ssi $\delta \neq \pm \frac{c}{\Delta r} \pm \frac{2c}{\Delta r} \pm ...$

on souhaite tracer $I(M)$ en fct de δ

$$I(M) = 2I_0\left[1 + V\cos\left(\frac{2\pi}{c}\delta r_0\right)\right]$$

Si $V > 0 \iff |V| = V$

$$I(M) = 2I_0\left[1 + |V|\cos\left(\frac{2\pi\delta}{c} r_0\right)\right]$$

$I = I_{max} = 2I_0[1+|V|]$ ssi $\cos\left(\frac{2\pi\delta r_0}{c}\right) = 1 \iff \delta = \frac{kc}{r_0}$

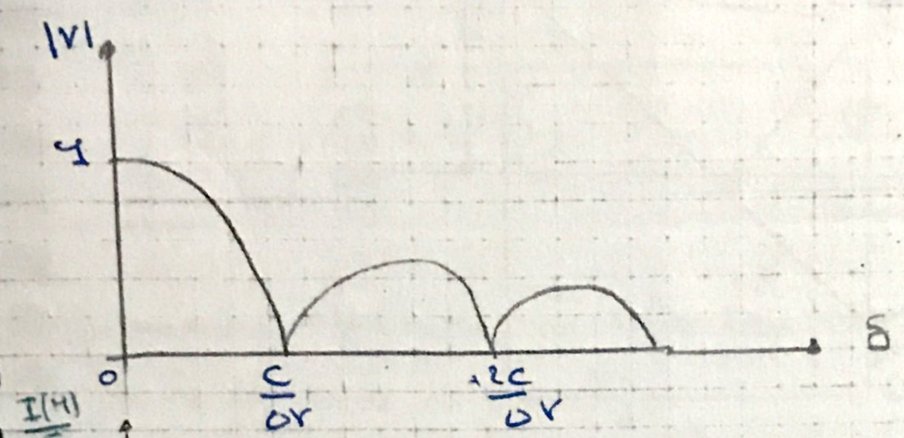
$I = I_{min} = 2I_0[1-|V|]$ ssi $\cos\left(\frac{2\pi\delta r_0}{c}\right) = -1 \iff \delta = (k+\frac{1}{2})\frac{c}{r_0}$

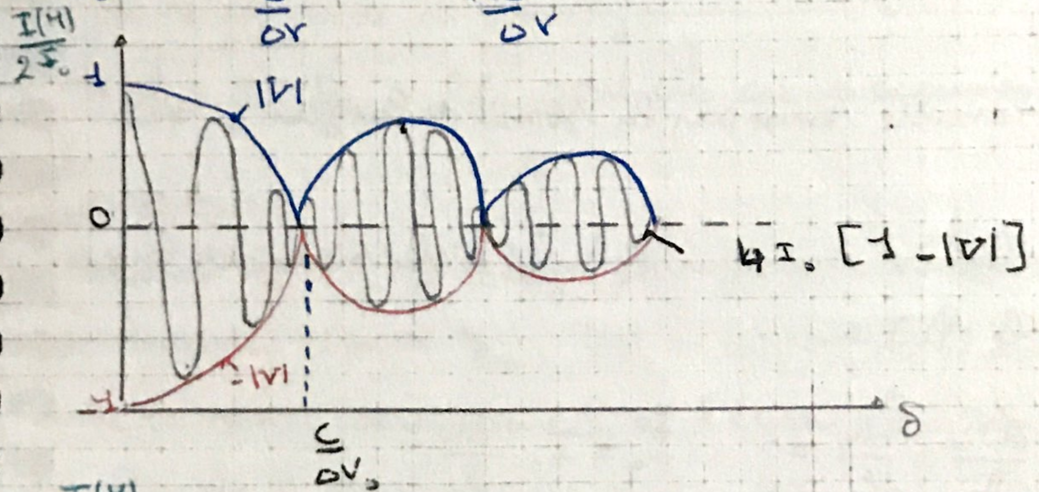
Si $V < 0 \Leftrightarrow |V| = -V$

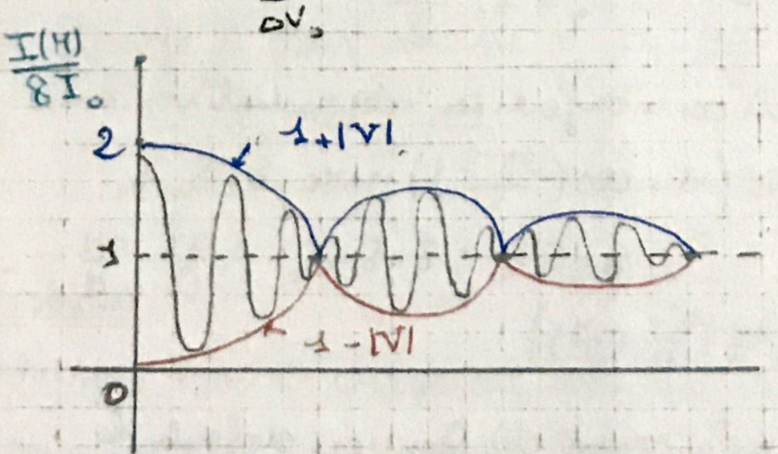
$$I(M) = 2I_0\left[1 - |V|\cos\left(\frac{2\pi\nu_0}{c}\delta\right)\right]$$

$$I = I_{max} = 2I_0\left[1 + |V|\right] \text{ ssi } \cos\left(2\pi\frac{\delta\nu_0}{c}\right) = -1$$

$$I = I_{min} = 2I_0\left[1 - |V|\right] \text{ ssi } \cos\left(2\pi\frac{\delta\nu_0}{c}\right) = +1$$

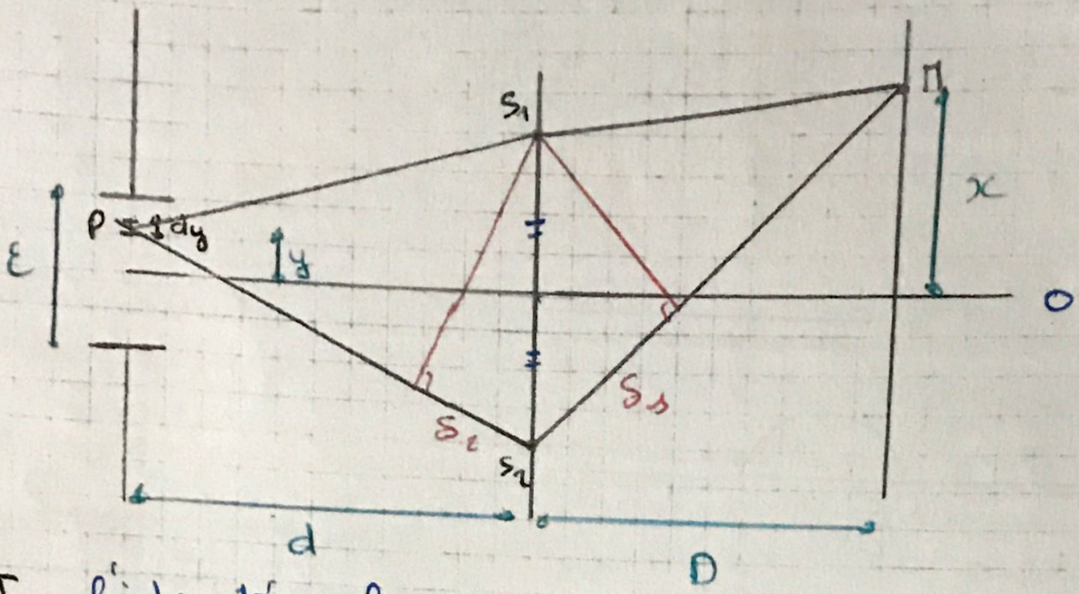






I éclairé par une source monochromatique fixe de largeur ε

ict. le D.I d'Young éclairé par cette source



I_0 : l'intensité de lumière emise par la somme de largeur ε qui éclaire D.I

dI_0 : l'intensité de lumière emise par l'element de la somme de largeur dy qui éclaire le D.I

$$\left.\begin{array}{l} I_0 \longrightarrow \varepsilon \\ dI_0 \longrightarrow dy \end{array}\right\} \frac{dI_0}{I_0} = \frac{dy}{\varepsilon} \Rightarrow dI_0 = I_0 \cdot \frac{dy}{\varepsilon}$$

sur l'écran, l'éclairement dû au interferences des radiatives emise par dy est : $dI(M) = 2\,dI_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\right)$ avec $\delta = \delta_1 + \delta_2$

$a = S_1S_2$; $\delta = \delta_1 + \delta_2 = \frac{ax}{D} + \frac{ay}{d}$

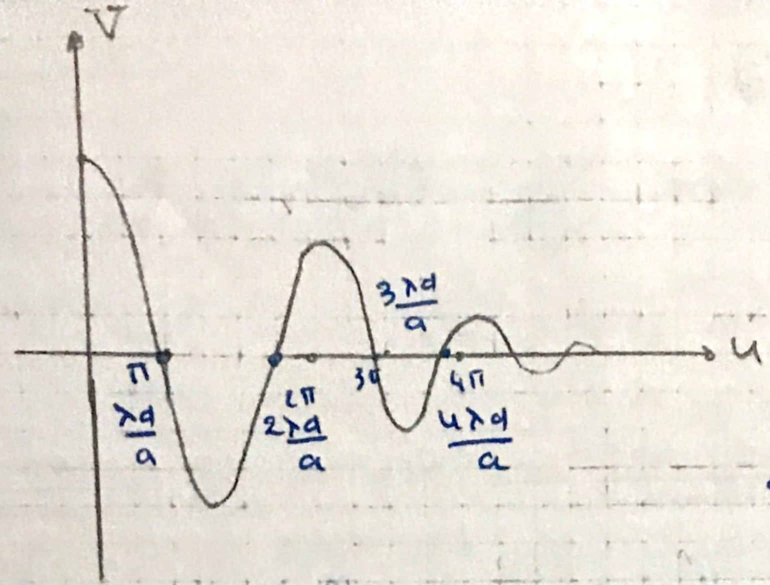
$$dI(M) = \frac{2I_0 \cdot dy}{\varepsilon}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D} + \frac{ay}{d}\right)\right)\right)$$

l'éclairement totale en M dû à la somme des franges de toutes les sources ponctuelles contenues dans l'intervalle de largeur ε est :

$$I(M) = \frac{2I_0}{\varepsilon}\int_{-\varepsilon/2}^{\varepsilon/2}\left(1 + \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ax}{D} + \frac{ay}{d}\right)\right]\right)dy$$

$$= \frac{2I_0}{\varepsilon}\left[\varepsilon + \frac{\lambda d}{2\pi a}\left(\sin\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D} + \frac{\pi a \varepsilon}{\lambda d}\right) - \sin\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D} - \frac{\pi a\varepsilon}{\lambda d}\right)\right)\right]$$

$$= 2I_0\left[1 + \frac{1}{\frac{\pi a\varepsilon}{\lambda d}}\sin\left(\frac{\pi a \varepsilon}{\lambda d}\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right)\right] = 2I_0\left[1 + V\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right)\right]$$



V : facteur de visibilité

$V = 0 \Leftrightarrow \varepsilon = \frac{k\lambda d}{a}$. $k \in N^*$

$V \neq 0 \Leftrightarrow$ ou $\varepsilon \neq \frac{k\lambda d}{a}$

$V = \frac{\sin(u)}{u}$, $u = \frac{\pi a \varepsilon}{\lambda d}$

$\sin(u) = 0 \Rightarrow u = k\pi = \frac{\pi a \varepsilon}{\lambda d}$

Determination de l'indice de refraction d'une lame à face // en fct λ par la formule de cauchy :

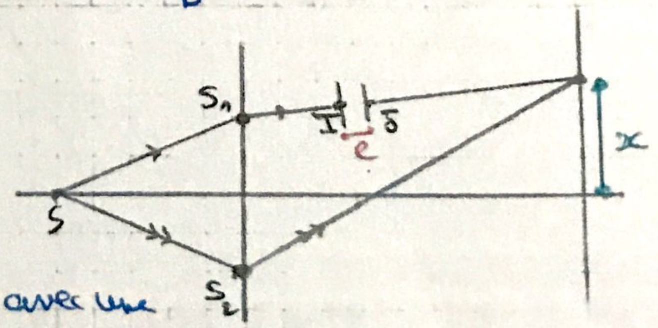
$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$ A,B sont des cst a exprimer expérimentalement

1er expérience :

Eclairons le D.I d'Young par une source monochromatique de longueur d'onde λ_n, tout en introduisant une lame à face// entre la source secondaire S_1 et l'écran $\delta = \frac{ax}{D} - e(n-1)$

la frange à pour abcisse x_0 tq $\frac{a x_0}{D} - e(n-1) = 0$

$$x_0 = \frac{eD(n-1)}{a}$$



2ème expérience :

Eclairons le même dispositif avec une source ponctuelle emettant la lumière Blanche.

on observe sur l'écran la frange achromatique d'abscisse x_2, pour cette frange l'ordre d'interfrange p est stationnaire et p varie très peu avec $\lambda \Leftrightarrow \frac{dP}{d\lambda} = 0$; $\Rightarrow P = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D} - \frac{e(n-1)}{\lambda}$

$$\left.\frac{dP}{d\lambda}\right|_{\lambda = \lambda_m} = 0 \Leftrightarrow x = x_a$$

$$\frac{dp}{d\lambda} = -\frac{ax}{\lambda^2 D} + \frac{e(n-1)}{\lambda^2} - \frac{e}{\lambda} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

$$\left.\frac{dp}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_m} = 0 \iff x = x_a \quad \text{donc} \quad \frac{ax_a}{\lambda_m^2 D} = \frac{e(n-1)}{\lambda_m^2} - \frac{e}{\lambda_m}\frac{d}{d\lambda}$$

$$\frac{dp}{d\lambda} = -\frac{ax}{\lambda^2 D} + e \cdot \frac{(n-1)}{\lambda^2} - \frac{e}{\lambda}\frac{dx}{d\lambda}$$

donc $\frac{ax_a}{\lambda^2 D} = \frac{e(n-1)}{\lambda^2} - \frac{e}{\lambda_m} \cdot \frac{dx}{d\lambda}$ (dP)

$$x_a = \frac{e(n-1)}{a} - \frac{e\lambda_m D}{a} \cdot \frac{dx}{d\lambda}$$

$$x_a - x_o = -\frac{e\lambda_m D}{a} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{-a(x_a - x_o)}{2\lambda_m D} = -\frac{2B}{\lambda_m^3}$$

$$x_o = \frac{e(n-1)D}{a} = \frac{e}{a}\left(A + \frac{B}{\lambda_m^2}\right)D$$

on trouve $A = \frac{a}{2aD}(3x_o - x_a) + 1$

la frange centrale a pour abscisse x_o tq :

$$\frac{ax_o}{D} - e(n-1) = 0 \Rightarrow x_o = \frac{e(n-1)D}{a}$$

Scanné avec CamScanner